

Aus dem Department of Psychology, University of Pennsylvania  
Direktor: Professor. Dr. R. D. LUCE

## **Eine theoretische Analyse der Detektion in zeitlich nichtstrukturierten Experimenten<sup>1)2)</sup>**

von

DUNCAN LUCE

### **I. Einleitung**

Die am häufigsten verwendete experimentelle Abbildung der bekannten Aufgabe, schwer zu entdeckende Reize auszumachen, beinhaltet gewöhnlich das Vorhandensein wohldefinierter kurzer Zeitintervalle, in denen die Person weiß, daß ein Reiz erscheinen könnte. Im Anschluß an jedes dieser Intervalle muß sie auf das, was ihrer Meinung nach soeben reizmäßig dargeboten wurde, antworten. Diese Art der zeitlichen Strukturierung korrespondiert nicht sehr eng mit typischen Alltagssituationen, in denen man Reize zu ermitteln hat; denn die Perioden, in denen der Reiz erscheinen kann, sind dort gewöhnlich nicht genau spezifiziert. Außerhalb der Literatur über Vigilanz-Aufgaben (vgl. BROADBENT u. GREGORY 1963 und die dort gegebenen Literaturverweise), deren Thematik in gewisser Hinsicht auf den allmählichen Leistungsabbau in Abhängigkeit von spärlichem Reizangebot zentriert ist, sind mir nur die zeitlich nicht-strukturierten (temporally unstructured<sup>3)</sup>) Reizdetektionsexperimente von EGAN, GREENBERG u. SCHULMAN (1961) bekannt. Die etwas willkürlichen Analysen, die anhand der publizierten experimentellen Daten angesetzt wurden, und die nicht veröffentlichten theoretischen Arbeiten von J. YELLOTT (Stanford University) über ein Modell der Signaldetektion unter zeitlich nichtstrukturierten Bedingungen haben teilweise die vorliegende schwellentheoretische Analyse veranlaßt.

<sup>1)</sup> Die ersten beiden Abschnitte dieses Referats wurden einer im Druck befindlichen Arbeit (LUCE 1965) entnommen. Ich danke Herrn Dr. H. D. SCHMIDT für die Übersetzung.

<sup>2)</sup> Die hier zusammengefaßten Forschungen wurden teilweise durch einen Zuschuß der National Science Foundation unterstützt. Der wesentliche Teil der Arbeit fiel in die Zeit meiner Teilnahme an einem Senior-Seminar über Fragen der mathematischen Psychologie, das unter der Patenschaft des Social Science Research Council im Sommer 1963 und 1964 an der Universität Stanford stattfand.

<sup>3)</sup> Das Hinzufügen von Begriffen aus dem englischen Original geschieht auf Wunsch des Autors. (D. Übers.)

EGAN et al. sprechen von der „Methode der freien Antwort“ (method of free response), YELLOTT verwendet den Begriff der „stetigen Reizdarbietung“ (continuous presentation conditions), und BROADBENT und andere gehen von „Vigilanzexperimenten“ (vigilance experiments) aus. Jeder Begriff bezieht sich auf ein zentrales Merkmal des Experiments. Meinem Eindruck nach wird aber das Wesen der Sache vom Standpunkt der untersuchten Person her besser als „Mangel an zeitlicher Strukturierung“ erfaßt. Das Darbietungsschema der Reize, von dem der Experimentator ausgeht, ist der andere wichtige Tatbestand eines solchen Experiments. Da es völlig seinen Wünschen entsprechend gestaltet sein kann (natürlich innerhalb der technisch bedingten Grenzen), sollte er ein Programm auswählen, das in gewisser Hinsicht für ihn optimal ist. Es besteht kaum ein Zweifel darüber, daß eine POISSON-Verteilung (d. h. die erwartete Zahl der Reize innerhalb einer Zeitperiode ist proportional der Länge dieser Periode oder – in äquivalenter Formulierung – die Verteilung der Inter-Stimulus-Zeiteinheiten ist exponentiell) sowohl eine gute Abstraktion vieler realer Reizdetektionssituationen darstellt als auch für den Zweck des hier vorgestellten Modells geeignet ist, eine spezielle mathematische Analyse durchzuführen.

Bevor ich die Einzelheiten des Modells behandle, mag es nützlich sein, auf das hinzuweisen, was an den bisherigen Analysen unbefriedigend ist. Die Schwierigkeiten entstehen aus zwei generellen Hypothesen, die überraschenderweise jedermann zu akzeptieren scheint. Die erste besagt, daß es Antworten gibt, die nicht durch irgendeinen experimentell gesetzten Reiz ausgelöst sind; das sind die sogenannten rauschinduzierten oder spontanen Antworten. Die zweite beinhaltet, daß bei Antworten, die durch einen Reiz ausgelöst werden, die Zeit zwischen der Reizdarbietung und der daraus resultierenden Antwort nicht immer dieselbe ist. Diese Merkmale bedeuten – zusammengekommen –, daß wir erstens niemals sicher sind, ob eine bestimmte Antwort auf einen Reiz zurückführbar ist oder ob sie spontan entstand; und daß wir zweitens sogar dann, wenn wir sicher sind, daß die Antwort mit einem Reiz zusammenhängt, nicht genau wissen, auf welchen Reiz sie zurückführbar ist. Diese Doppeldeutigkeit ist der Situation inhärent, und keine noch so scharfsinnigen analytischen Tricks können sie aufheben.

Die bisher publizierten Analysen berücksichtigen meiner Meinung nach nicht hinreichend dieses Problem. EGAN et al. werteten die Häufigkeit der Reaktionszeiten auf einen vorangegangenen Reiz aus. Sie fanden eine Funktion, die eine Reaktionszeit-Verteilung zu sein scheint, die einer gleichförmigen Grundrate zufälligen Antwortens „hinzugefügt“ wird. Um zu einer Einschätzung der Reaktionszeitverteilung zu gelangen, subtrahierten sie einfach die geschätzte Grundrate von der beobachteten Häufigkeitsfunktion. Obwohl das nach einer guten Annäherung an die Reaktionszeitverteilung aussehen mag,

ist keineswegs sicher, daß es faktisch so ist; die Autoren stellen uns auch keine theoretische Rechtfertigung ihrer Methode zur Verfügung. Noch schlechter ist das Verfahren, das BROADBENT u. GREGORY (1963) benutzen, wenn sie die Zeit willkürlich diskret machen und diese Intervalle dann als Versuche eines Ja-Nein-Experiments (in diesem Falle ausgehend von einer Schätzskala) behandeln. Die Daten werden von ihnen als die resultierenden „Schätzungen“ der Wahrscheinlichkeiten von Treffern und blindem Alarm zusammengefaßt. Diese Methode ignoriert nicht nur die Doppeldeutigkeit, von der oben die Rede war; auch die sich ergebenden Zahlen sind nicht invariant gegenüber den Veränderungen bei der willkürlichen Wahl der Länge der Zeitintervalle.

Das hier beschriebene Modell – welche Fehler es auch sonst immer haben mag – berücksichtigt wenigstens ernsthaft die beiden oben erwähnten Hypothesen und die daraus erwachsende Doppeldeutigkeit, mit der ein Reiz – wenn überhaupt – aktuell eine gegebene Antwort auslöst. Ausdrücklich sei gesagt, daß die einzigen Daten, von denen her wir einen Zugang erwarten können, die Zeitserien der Reize und Antworten sind. Von ihnen aus können bestimmte Inter-Antwort- und Reiz-Antwort-Verteilungen abgeschätzt werden; ferner ist es möglich, theoretisch abgeleitete Relationen zwischen diesen Verteilungen zu testen.

## II. Das Schwellenmodell zweier Zustände

Verschiedene Studien über die Reizdetektion in zeitlich strukturierten Experimenten (v. BÉKÉSY 1930; LARKIN u. NORMAN 1964; MILLER u. GARNER 1944; NEISSER 1955; NORMAN 1962 a, b, 1963, 1964 und STEVENS, MORGAN u. VOLKMANN 1941) haben dazu beigetragen, die neurale Quantentheorie zu stützen (zuerst dargelegt von v. BÉKÉSY 1930; eine Zusammenfassung findet sich bei LUCE 1963 b), die beweist, daß sicher zumindest gewisse einfache Reize, die nur in einer physikalischen Dimension variieren, eine signifikant diskrete Repräsentation innerhalb der Person erzeugen. Darüberhinaus spiegelt sich diese Diskretheit – gemäß der Theorie – im Antwortverhalten wider, wenn bestimmte Funktionen ausgewertet werden. Gegenbeweise sind ebenfalls ins Feld geführt worden (von BLACKWELL 1953 a, b und CORSO 1956; vgl. auch eine Anzahl von Studien über Signaldetektion, die bei SWETS, 1964, zu finden sind); die Theorie wurde daraufhin neu analysiert und eingeschätzt im Sinne einer Entscheidung für die diskrete Repräsentation (LUCE, 1963 a, b; NORMAN 1962 b, 1964). Die Streitfrage ist noch längst nicht entschieden, aber die neurale Quantentheorie scheint hinreichend lebensfähig zu sein, um die Erforschung ihrer Konsequenzen für zeitlich nichtstrukturierte Experimente zu rechtfertigen.

Wenn wir von der Annahme ausgehen, daß diese Theorie richtig ist, dann lassen die experimentellen Daten über binäre Antwortsituationen (Ja-Nein-Antworten oder solche in forcierten Wahlen mit zwei Alternativen) folgende Vermutung zu: Sofern die Reizintensität konstant gehalten wird, ist es vernünftig, die Person unter dem Gesichtspunkt zu betrachten, daß sie ein stabiles Kriterium besitzt, nach welchem sie die aktivierten neuronalen Quanten in zwei Klassen teilt:  $D$  und  $\bar{D}$ . Sie können als Zustände der Detektion und Nicht-Detektion gefaßt werden. Demnach würden wir finden – sofern wir fähig wären, diese inneren Zustände direkt zu beobachten, was wir natürlich nicht können –, daß die Person sich in jedem Augenblick in einem dieser beiden Zustände befindet und daß ihr Antwortmuster sich beträchtlich unterscheidet, je nachdem, in welchem Zustand sie ist. Für den Fall der zeitlich nicht-strukturierten Situation gehe ich von der Tatsache aus, daß sie sich meist im Zustand  $\bar{D}$  befindet und nur gelegentlich – gewöhnlich, wenn ein Reiz dargeboten wird, aber bisweilen auch, wenn das nicht der Fall ist – in den Zustand  $D$  übergeht, letzteres nur für kurze Zeit. Wenn sie in  $D$  eintritt, ist eine Tendenz dieses Zustandes zu verzeichnen, einen Prozeß auszulösen, der schließlich die Person dazu bringt, in dem Sinne zu antworten, daß sie annimmt, soeben sei ein Reiz dargeboten worden (zu der Zeit, als der Antwortprozeß ausgelöst wurde). Ich werde voraussetzen (als mathematischen Idealisierungsfall), daß der Übergang zum Zustand  $D$  oder von ihm weg unverzüglich geschieht; dann kann der Gesamtprozeß als immer wieder beginnender Zählprozeß im technischen Sinne (vgl. PARZEN 1962, S. 160) behandelt werden.<sup>1)</sup> Infolge der Natur des späterhin postulierten Antwort-Prozesses werden die Ergebnisse kaum davon berührt, daß  $D$  eine begrenzte Dauer hat, vorausgesetzt, daß sie kurz ist im Vergleich zur Latenz des Antwort-Mechanismus und zur mittleren Zeitdauer zwischen aufeinanderfolgenden  $D$ -Zuständen.

Zweifelloos kann man von vornherein annehmen, das Eintreten eines Zustandes  $D$  sei nach Darbietung eines Reizes sehr viel wahrscheinlicher als ohne Reiz. Wir setzen voraus, daß jede dieser beiden verschiedenen Wahrscheinlichkeitsraten durch eine Zahl dargestellt werden kann. Zunächst postulieren wir eine zeitunabhängige bedingte Wahrscheinlichkeit

$$q = \text{Wahrsch. } (D \mid \text{Reiz zur Zeit } \tau)$$

dafür, daß der Zustand  $D$  eintritt, wenn ein Reiz (mit fixierter Intensität) dargeboten wird. Sofern die Reizgröße von Darbietung zu Darbietung verändert wird, hängt  $q$  davon ab, welcher Reiz dargeboten wurde; wir gehen jedoch davon aus, daß stets der gleiche Reiz verwendet wird. Zweitens – unter der Bedingung, daß kein Reiz vorhanden ist – verursachen Zustandsschwankungen

<sup>1)</sup> Gemeint ist z. B. die immer wiederkehrende Ansprechbarkeit eines Zählrohrs, die nach dem Einfall eines Teilchens kurzzeitig (Totzeit) verloren geht. (D. Übers.)

innerhalb der Person, im Situationshintergrund (z. B. Rauschen) oder in beiden ein zufälliges Eintreten von D-Zuständen. Darüberhinaus werden wir annehmen, daß dieses spontane Eintreten in dem Sinne gleichmäßig verteilt ist, daß zu jeder Zeitperiode  $t$  der Erwartungswert  $t\nu$  beträgt, wobei  $\nu$  als Intensität (oder Durchschnittsrate) des Prozesses bekannt ist (vgl. PARZEN 1962, S. 140). Das ist eine wohlbekannte, notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß das Eintreten von D einen POISSON-Prozeß bildet. Dann ist die Verteilung der Zeitperioden zwischen benachbarten D exponentiell mit Mittelwert  $1/\nu$  (PARZEN 1962). Eine solche Annahme scheint sehr angemessen zu sein bei großem  $t$ , vorausgesetzt, daß wir spontane Reizdetektionen für statistisch stationär im Großen halten. Sie könnte jedoch für kleine  $t$  unbrauchbar sein, wenn feine aufeinanderfolgende Effekte – z. B. neurale Refraktärperioden, lokale Bahnungserscheinungen und ähnliches – im Spiele sind. Über diese lokalen Effekte scheint aber zu wenig bekannt zu sein – speziell für so abstrakte und komplexe Strukturen wie D-Zustände –, um empfindliche Alternativannahmen zu formulieren. Aus diesem Grunde werde ich die einfachste Annahme zuerst prüfen.

Wie wir bereits früher erwähnten, nehmen wir an, daß der Experimentator eine POISSON-Reizverteilung benutzt; wir wollen die Intensität dieser Verteilung  $\lambda$  nennen. Da ein Zufallsverhältnis  $q$  der Reize zu D-Zuständen führt, sind die reizbedingten D-Zustände mit der Intensität  $q\lambda$  POISSON-verteilt. Wenn (gemäß unserer Annahme) das spontane Eintreten von D-Zuständen unabhängig von deren reizabhängigem Eintreten ist, dann gilt für die Gesamtverteilung von D-Zuständen die Intensität  $\eta = q\lambda + \nu$  (PARZEN 1962, S. 35).

Die Analyse zeitlich strukturierter Detektionsexperimente läßt in starkem Maße vermuten, daß – die Korrektheit der neuronalen Quantentheorie vorausgesetzt – Antworten nicht generell D-Zuständen eindeutig zugeordnet sind. Vielmehr scheinen sich die Personen nur bei einem gewissen Anteil von D-Zuständen und, unter gewissen Umständen, bei einem davon verschiedenen Anteil von  $\bar{D}$ -Zuständen zu einer Antwort zu entscheiden. In der zeitlich nichtstrukturierten Situation, in der sich die Person meist im Zustand  $\bar{D}$  befindet, scheint es nur vernünftig zu sein anzunehmen, daß sie auf einen gewissen Anteil von D-Zuständen, nicht aber von  $\bar{D}$ -Zuständen antwortet. Wenn wir das spezifizieren, können wir annehmen, daß die bedingte Wahrscheinlichkeit der Aktivierung des Antwort-Mechanismus R unter der Bedingung des Eintretens von D zur Zeit  $\tau$   $b(\tau)$  ist, d. h.

$$b(\tau) = \text{Wahrsch. (R | D zur Zeit } \tau \text{)}.$$

Für die meisten Analysen wollen wir annehmen, daß  $b(\tau)$  eine Konstante  $b$  ist.

Da es wohlbekannt ist – wiederum aus Erfahrungen mit zeitlich strukturierten Experimenten –, daß Antworten auf Reize eine Verzögerung einschließen

(Reaktionszeit), werden wir annehmen, daß nach Auslösung des Antwortmechanismus eine zufällige Verzögerung  $t$  auftritt, bevor die Antwort aktuell erfolgt. Wir wollen die (unbekannte) Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktion der Reaktionszeit  $t$  mit  $r(t)$  bezeichnen.

Eine entscheidende Annahme – entscheidend in dem Sinne, daß sie insbesondere die mathematische Behandlung vereinfacht, aber auch falsch sein kann – besteht in Folgendem: Sofern der Antwortmechanismus aktiviert ist, läuft der Prozeß bis zu seinem Ende, der Antwort, ab; weitere Interferenzen infolge irgendwelcher Ereignisse im sensorischen Teil des Systems erfolgen nicht. Anders ausgedrückt: Sobald der Antwortmechanismus zu arbeiten beginnt, wird die Person effektiv unempfindlich gegenüber Reizen oder scheinbaren Reizen, bis die Antwort schließlich eintritt. Erst dann wird sie wieder ansprechbar, jedoch ohne Gedächtnis für das Eintreten des D-Zustandes, der der Antwort vorausging. Das korrespondiert mit der Voraussetzung, die Zähler von Elementarteilchen (mit der Eigenschaft von Kernstrahlungszählrohren mit Totzeit) charakterisiert (PARZEN 1962, S. 164). Verschiedene Alternativannahmen sind jetzt möglich, die detailliert erforscht werden sollten. Aber in allen Fällen, die ich in die Betrachtung einbezog, ist die mathematische Bearbeitung wesentlich komplizierter als in dem hier diskutierten Fall. Eine mögliche Annahme besagt: Sobald ein Antwortmechanismus ausgelöst ist, kommt er erst dann zur Ruhe, wenn entweder die Antwort eintritt oder wenn ein zweiter Antwortmechanismus ausgelöst wird (was auch immer zuerst eintreten mag). Eine andere Möglichkeit besteht darin, daß jeder ausgelöste Antwortprozeß mit der Antwort endet und daß bei der Auslösung von zwei oder mehr Prozessen diese parallel ablaufen können. Es ist klar, daß die zeitliche Ordnung der Antworten nicht notwendig dieselbe sein muß wie die Ordnung der D-Zustände, die sie auslösten. Zahlreiche andere Möglichkeiten sind leicht nachzuweisen, obwohl diese beiden wahrscheinlich die einfachsten sind und es darum vernünftig ist, sie zuerst zu untersuchen.

Zusammenfassend gesagt, involviert das postulierte Modell folgende Annahmen:

1. In jedem Augenblick ist die Person genau in einem der beiden möglichen Zustände D oder  $\bar{D}$ .
2. Die Zustände D treten nur an diskreten Zeitpunkten als das Ergebnis zweier statistisch unabhängiger Prozesse ein, und zwar
  - a) eines spontanen (inneren) Prozesses, der unabhängig von der Reizdarbietung und POISSON-verteilt ist mit der Intensität  $\nu$ ; und
  - b) eines Reizprozesses mit der Eigenschaft, daß ein Zustand D mit der Wahrscheinlichkeit  $q$  immer dann eintritt, wenn ein Reiz dargeboten wird.

3. Wenn ein Zustand D zur Zeit  $\tau$  eintritt und noch kein anderer Antwortprozeß angelaufen ist, dann wird mit der Wahrscheinlichkeit  $b(\tau)$  ein Antwortprozeß ausgelöst; wenn ein anderer Antwortprozeß im Augenblick des Eintretens eines D-Zustandes bereits eingeleitet ist, wird kein neuer Antwortprozeß in Gang gesetzt.
4. Wenn ein Antwortprozeß zur Zeit  $\tau$  aktiviert ist, ist die Wahrscheinlichkeitsdichte dafür, daß er zur Zeit  $\tau + t$  mit der Antwort endet, unabhängig sowohl von  $\tau$  als auch vom Eintreten irgendeines Zustandes D im Intervall  $(\tau, \tau + t)$ ; diese Dichte, die natürlich von  $t$  abhängig ist, wird als  $r(t)$  bezeichnet; es wird angenommen, daß sie folgende Bedingungen erfüllt:

a)  $\int_0^{\infty} r(t) dt = 1$ ;

b)  $r(0) = 0$ ;

c)  $r$  ist stetig.

Es handelt sich hier um sehr allgemeine Annahmen, wahrscheinlich außer 4b und c, die empirisch unbeträchtliche Einschränkungen bezüglich der Reaktionszeit-Verteilung festlegen.

Die nächste Annahme selektiert ein spezifisches Schema der Reizdarbietung, und die letzte Annahme schränkt die Reaktionszeit-Verteilung weiterhin ein:

5. Die Reize sind POISSON-verteilt mit der Intensität  $\lambda$ ; entsprechend der Annahme 2 handelt es sich um eine POISSON-Verteilung der D-Zustände mit der Intensität  $\eta = q\lambda + v$ .
6. Der Abfall der Reaktionszeit-Verteilung erreicht 0 hinreichend schnell, so daß

$$\int_0^{\infty} e^{\eta t} r(t) dt < \infty \text{ gilt,}$$

wobei  $\eta$  in Annahme 5 definiert ist.

### III. Theoreme

Die hauptsächlichlichen Resultate, die bisher aus diesem Modell abgeleitet wurden, betreffen Beziehungen zwischen drei Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, wenn vorausgesetzt wird, daß die Bias-Funktion  $b(\tau)$  (Bewertungsfunktion, die z. B. von Bekräftigungen abhängen kann; d. Übers.) einen konstanten Wert  $b$  hat. Beweise dieser Theoreme sind in einer anderen Arbeit zu finden (LUCE 1965). Die erste Dichtefunktion  $f$  ist einfach diejenige der Inter-Antwort-Zeitperioden. Die zweite,  $g$ , ist die Produktdichte unter

der Bedingung, daß kein Reiz zwischen zwei sukzessiven Antworten auftaucht und die Zeit zwischen diesen zwei Antworten  $t$  beträgt. In den Theoremen wird die Funktion  $g(t = g^*(t) \exp. \lambda t$  benutzt. Die dritte Dichtefunktion,  $h$ , ist die Produktdichte für den Fall, daß wenigstens ein Reiz zwischen zwei sukzessiven Antworten auftaucht und die Zeit zwischen dem ersten dieser Reize und der zweiten Antwort  $t$  beträgt.

Drei Theoreme wurden bewiesen. Das erste ist die Grundlage der einfachen Relation zwischen der unbekanntem Reaktionszeit-Dichte  $r$  und den zwei Inter-Antwort-Dichtefunktionen  $f$  und  $g$ . Es gestattet die Abschätzung von  $r$ , vorausgesetzt, daß wir über hinreichende Daten verfügen, um die Ableitung von  $f, f'$ , exakt abschätzen zu können, und daß wir über eine Abschätzung von  $b\eta$  (Gleichung 6) oder von  $g'$  und von  $b\nu$  (Gleichung 5) verfügen.

Theorem 1 Für  $t \geq 0$

$$\begin{aligned} r(t) &= f(t) + f'(t)/b\eta \\ &= g(t) + g'(t)/b\nu. \end{aligned} \quad (1)$$

Die nächsten beiden Theoreme liefern die Grundlage für Relationen zwischen den momenterzeugenden Funktionen von  $f, g$  und  $h$ . Es sollte beachtet werden, daß die Dichte  $r$  in diesen Gleichungen nicht erscheint. Die momenterzeugende Funktion einer nichtnegativen Funktion  $\varphi$ , definiert für nichtnegative Werte, ist wie gewöhnlich

$$M_\varphi(\theta) = \int_0^\infty e^{\theta t} \varphi(t) dt.$$

Theorem 2 Für alle  $\theta$ , wobei  $\theta < b\nu$ , gilt

$$\left(1 - \frac{\theta}{b\eta}\right) M_f(\theta) = \left(1 - \frac{\theta}{b\nu}\right) M_g(\theta). \quad (2)$$

Theorem 3 Für alle  $\theta$ , wobei  $-\lambda < \theta < b\eta$ , gilt

$$(\lambda + \theta) M_h(\theta) + h(0) = \lambda (1 - \theta^2 A) M_f(\theta), \quad (3)$$

wobei

$$A = \frac{q/\eta}{\lambda + b\nu}. \quad (4)$$

#### IV. Abschätzung und Testgleichungen

Verschiedene Gleichungen, die für die Abschätzung der unbekanntem Parameter  $\nu, q$  und  $b$  und für die Prüfung des Modells nützlich sein können, sind dadurch zu gewinnen, daß wir in den Ableitungen 2 und 3  $\theta = 0$  setzen. Die damit gewonnenen Ausdrücke stellen eine Beziehung zwischen den Anfangs-

momenten der verschiedenen Verteilungen her, da das Anfangsmoment  $n$ -ter-Ordnung von  $\varphi$  durch

$$\mu_{\varphi}^{(n)} = \int_0^{\infty} t^n \varphi(t) dt = M_{\varphi}^{(n)}(0)$$

gegeben ist, wobei  $M_{\varphi}^{(n)}$  die  $n$ -te Ableitung von  $M_{\varphi}$  ist. Aus der ersten und zweiten Ableitung der Gleichung 2 gewinnen wir

$$\frac{1}{bv} = \frac{\mu_f^{(2)} - \mu_g^{(2)}}{2(\mu_f^{(1)} - \mu_g^{(1)})} - \mu_f^{(1)} \quad (5)$$

und

$$\frac{1}{b\eta} = \mu_f^{(1)} - \mu_g^{(1)} + \frac{1}{bv}. \quad (6)$$

Da

$$bq = \frac{b\eta - bv}{\lambda} \text{ ist,} \quad (7)$$

können diese Relationen für die Abschätzung von  $bv$  und  $bq$  benutzt werden. Es ist nicht möglich, alle drei Parameter getrennt von den Relationen zwischen  $f$ ,  $g$  und  $h$  abzuschätzen, weil  $b$  immer als multiplikativer Faktor von  $v$  und  $q$  eingeht. Wie wir sehen werden, können andere Daten für die Schätzung des dritten Parameters herangezogen werden.

Andere Gleichungen gestatten Prüfungen des Modells. Die folgenden drei Eigenschaften, die keinen der unbekannt Parameter einschließen, sind von speziellem Interesse:

$$h(0) = \lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} g(t) dt, \quad (8)$$

$$h(0) = \lambda \left[ 1 - \int_0^{\infty} h(t) dt \right] \text{ und} \quad (9)$$

$$\mu_h^{(1)} + \frac{1 - h(0)/\lambda}{\lambda} = \mu_f^{(1)}. \quad (10)$$

Diese parameterfreien Tests des Modells sind sehr erwünscht, da sie es gestatten könnten, das Modell zurückzuweisen, ohne uns auf irgendeine Streitfrage der Parameterabschätzung einzulassen. Am praktikabelsten dürfte es sein,  $h(0)$  an Hand von Gleichung 8 oder 9 abzuschätzen und dann die andere Gleichung und Gleichung 10 als Tests zu verwenden. Die folgenden Resultate (ebenfalls auf der Basis der Theoreme 2 und 3) gestatten Tests, sofern die Parameter abgeschätzt sind. Ihr Wert ist natürlich begrenzt durch die Genauigkeit, mit der wir die höheren Momente der drei Verteilungen abzuschätzen vermögen:

$$\text{Für } n \geq 3 \text{ gilt } \mu_f^{(n)} - \frac{n}{b\eta} \mu_f^{(n-1)} = \mu_g^{(n)} - \frac{n}{bv} \mu_g^{(n-1)}; \quad (11)$$

für

$$n \geq 2 \text{ gilt } \mu_h^{(n)} + \frac{n}{\lambda} \mu_h^{(n-1)} = \mu_f^{(n)} - n(n-1) A \mu_f^{(n-2)}, \quad (12)$$

wobei  $A$  durch Gleichung 4 definiert ist.

Was die Fragen der Abschätzung betrifft – um nochmals darauf zurückzukommen –, so habe ich nur zwei Gedanken bezüglich der Art der Abschätzung des dritten Parameters beizusteuern. Angenommen, wir führten ein Experiment durch, das folgendermaßen beschaffen ist: Einem zeitlich nichtstrukturierten Experiment wird ein übliches Ja-Nein- oder ein forciertes Wahl-Experiment (mit zwei Alternativen) hinzugefügt, und zwar unter denselben experimentellen Bedingungen. Das bedeutet: Es werden wohldefinierte, kurze Intervalle der Länge  $\varepsilon$  für die Person spezifiziert. Sie gibt an, ob sie der Meinung ist, daß ein Reiz in jedem solchen Intervall geboten wurde oder nicht. Wir legen fest, daß  $q_\varepsilon(n)$  die Wahrscheinlichkeit dafür bezeichnet, daß die Person in einen D-Zustand eintritt innerhalb eines Versuchs ohne Reizdarbietung (ohne  $n$ ). [Bezüglich der Diskussion, auf welche Weise  $q_\varepsilon(n)$  aus Daten abgeschätzt werden kann, vgl. LUCE 1963 a, b.] Da solche D-Zustände spontan sein müssen, ist es nicht schwierig, einen Ausdruck für  $q_\varepsilon(n)$  im Sinne der vorliegenden Annahmen (1 und 2a) zu entwickeln. Für  $\nu$  finden wir folgende Lösung:

$$\nu = - \frac{\ln[1 - q_\varepsilon(n)]}{\varepsilon}. \quad (13)$$

Die in der Praxis gefundenen Werte für  $q_\varepsilon(n)$  liegen zwischen 0.05 und 0.10, wenn  $\varepsilon$  etwa 500 ms beträgt. Demnach beläuft sich die mittlere Zeit zwischen sukzessiven spontanen D-Zuständen ( $1/\nu$ ) auf etwa 5–10 s, was gut mit der Behauptung der neuralen Quantentheorie übereinstimmt, die inneren Zustandsschwankungen, die einen blinden Alarm verursachen, seien relativ schwerfällig.

Ein anderer Weg zur Abschätzung des dritten Parameters beruht auf der zusätzlichen Annahme, daß ein bestimmter linearer Lernprozeß Veränderungen in dem Bias-Parameter  $b(\tau)$  beschreibt und der Wert  $b$  mittels des asymptotischen Erwartungswertes dieses Prozesses identifiziert wird, der sich als

$$b = \frac{\lambda}{\lambda + \left(\frac{1-\alpha'}{1-\alpha}\right) \frac{\nu}{q}} \quad (14)$$

erweist, wobei  $\alpha$  und  $\alpha'$  Parameter der Lernrate sind. Da dieser Weg viele neue Annahmen und auch einen neuen Parameter,  $(1-\alpha')/(1-\alpha)$ , einschließt, scheint Gleichung 14 nicht so günstig zu sein wie Gleichung 13, um den dritten Parameter abzuschätzen. (Über Einzelheiten dieses Modells vgl. LUCE 1965.)

### V. Schlußbemerkungen

Wir haben den Versuch gemacht, ein den Intentionen der neuralen Quantentheorie entsprechendes Modell für die Analyse von Detektionsexperimenten unter der Bedingung zufälliger Reizdarbietung abzuleiten. Aus unseren Voraussetzungen und Annahmen sind erfreulich einfache Relationen zwischen drei Verteilungen (zwei Inter-Antwort-Intervalle und ein Reiz-Antwort-Intervall) aufzufinden, die zur Abschätzung von Parametern und zur Prüfung des Modells herangezogen werden können. Außerhalb der sensorischen Voraussetzungen, die die neurale Quantentheorie enthält, besteht das entscheidende Postulat des vorliegenden Modells darin, daß das sensorische System hinsichtlich der Detektionsleistung vom Ingangsetzen des Antwortprozesses an bis zum Abschluß der Antwort selbst nicht störbar ist. Obwohl das eine sehr gewichtige Annahme ist, kenne ich keine Daten, die geeignet wären, als Gegenbeweise zu fungieren. Dennoch sollten andere einfache Annahmen gleichfalls theoretisch erforscht und die verschiedenen alternativen Modelle empirisch verglichen werden.

### Literatur

- BÉKÉSY, G. v.: Über das Fechnersche Gesetz und seine Bedeutung für die Theorie der akustischen Beobachtungsfehler und die Theorie des Hörens. *Ann. d. Phys.*, 7, 329–359 (1930). (Vgl. auch BÉKÉSY, G. v., *Experiments in Hearing*. New York: McGraw-Hill, 1960.)
- BLACKWELL, H. R.: *Psychological thresholds: Experimental studies of methods of measurement*. Engineering Research Bulletin 36. Ann Arbor: Univer. of Michigan, 1953. (a)
- BLACKWELL, H. R.: Evaluation of the neural quantum theory on vision. *Amer. J. Psychol.*, 66, 397–408 (1953). (b)
- BROADBENT, D. E. und M. GREGORY: Vigilance considered as a statistical decision. *Brit. J. Psychol.*, 54, 309–323 (1963).
- CORSO, J. F.: The neural quantum theory of sensory discrimination. *Psychol. Bull.*, 53, 374–393 (1956).
- EGAN, J. P., G. Z. GREENBERG und A. I. SCHULMAN: Operating characteristic, signal detectability, and the method of free response. *J. acoust. Soc. Amer.*, 33, 993–1007 (1961).
- LARKIN, W. D., und D. A. NORMAN: An extension and experimental analysis of the neural quantum theory. In R. C. Atkinson (Ed.), *Studies in mathematical psychology*. Stanford, Calif.: Stanford Univer. Press, 1964. S. 188–200.
- LUCE, R. D.: A threshold theory for simple detection experiments. *Psychol. Rev.*, 70, 61–79 (1963). (a)
- LUCE, R. D.: Detection and recognition. In R. D. LUCE, R. R. BUSH u. E. GALANTER (Eds.), *Handbook of mathematical psychology*, Vol. I. New York: Wiley, 1963. S. 103–189. (b)
- LUCE, R. D.: A model for detection in temporally unstructured experiments with a Poisson distribution of stimulus presentations. *J. math. psychol.* 1965 (1m Druck).

- MILLER, G. A., und W. R. GARNER: Effect of random presentation on the psychometric function: Implications for a quantal theory of discrimination. *Amer. J. Psychol.*, *57*, 451–467 (1944).
- NEISSER, U.: A methodological study of the quantal hypothesis in auditory psychophysics. Unveröff. Ph. D. Dissertation, Harvard University, 1955.
- NORMAN, D.: A stochastic learning and a quantal model of signal detection. Proceedings of the Joint Automatic Control Conference, Symposium on discrete adaptive systems. *Amer. Inst. Elec. Eng.* 1962. (a)
- NORMAN, D. A.: Sensory thresholds and response biases in detection experiments: A theoretical and experimental analysis. Unveröff. Ph. D. Dissertation (verfügbar bei der Universitäts-Mikrofilmstelle, Ann Arbor, Michigan) *Univer. of Penn.*, 1962. (b)
- NORMAN, D. A.: Sensory thresholds and response bias. *J. acoust. Soc. Amer.*, *35*, 1432–1441 (1963).
- NORMAN, D. A.: Sensory thresholds, response biases, and the neural quantum theory. *J. math. Psychol.*, *1*, 88–120 (1964).
- PARZEN, E.: *Stochastic processes*. San Francisco: Holden-Day, 1962.
- STEVENS, S. S., C. T. MORGAN und J. VOLKMANN: Theory of the neural quantum in the discrimination of loudness and pitch. *Amer. J. Psychol.*, *54*, 315–335 (1941).
- SWETS, J. A. (Ed.): *Signal detection and recognition by human observers*. New York: Wiley, 1965.

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. R. DUNCAN LUCE, Univ. of Pennsylvania, Philadelphia, Pennsylvania, USA